

Тема. Системи двох лінійних рівнянь із двома змінними. Графічний метод їх розв'язання

Пригадаємо: лінійним рівнянням з двома змінними називають рівняння виду

$$ax + by = c$$

Маємо два лінійних рівняння з двома змінними x та y :

$$a_1x + b_1y = c_1 \text{ і } a_2x + b_2y = c_2.$$

Треба знайти такі значення змінних x і y , які водночас задовольняли б і перше, і друге рівняння, тобто перетворювали кожне з рівнянь у правильну рівність. Інакше кажучи: **треба знайти спільний розв'язок обох рівнянь $(x; y)$, або розв'язати систему даних рівнянь.**

Зверни увагу!

Рівняння системи записують одне під одним і об'єднують спеціальним символом — фігурною дужкою:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{(записати в зошит)}$$

Пара значень $(x; y)$, яка одночасно є розв'язком і першого, і другого рівнянь системи, називають розв'язком системи. (записати в зошит)

Розв'язати систему — це означає знайти всі її розв'язки або встановити, що їх немає. **(записати в зошит)**

Існує три основних способи розв'язання систем: графічний, підстановки і додавання. Сьогодні ми познайомимось з графічним методом.

Завдання 1. (записати в зошит) Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x + 4y = 3. \end{cases}$$

Графіком рівняння $x + 2y = 5$ є пряма.

Знайдемо дві пари значень змінних x та y , що задовольняють цьому рівнянню.

x	5	0
y	0	2,5

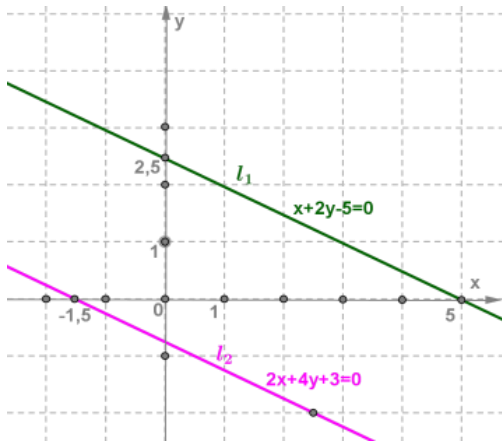
Побудуємо на координатній площині xOy пряму l_1 , яка проходить через ці дві точки.

Графіком рівняння $2x + 4y = 3$ також є пряма.

Знайдемо дві пари значень змінних x та y , що задовольняють цьому рівнянню.

x	-1,5	2,5
y	0	-2

Побудуємо на координатній площині xOy пряму l_2 , що проходить через ці дві точки.



Прямі l_1 і l_2 паралельні. Отже, система не має розв'язків, оскільки немає точок, що задовольняють одночасно і першому, і другому рівнянню, тобто належать одночасно і першій, і другій із побудованих прямих.

Відповідь: система не має розв'язків.

Завдання 2. (записати в зошит) Розв'язати систему рівнянь:

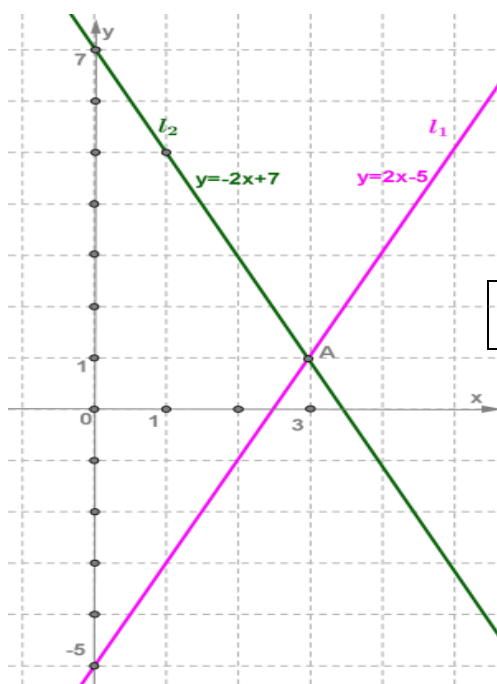
$$\begin{cases} 2x - y = 5, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

Побудуємо графіки рівнянь системи, приведемо кожне рівняння до вигляду лінійної функції. Отримаємо з першого рівняння $y = 2x - 5$ і з другого рівняння $y = -2x + 7$.

Графіком рівняння $y = 2x - 5$ є пряма.

Знайдемо дві пари значень змінних x та y , що задовольняють цьому рівнянню.

x	0	3
y	-5	1



Побудуємо на координатній площині xOy пряму l_1 , яка проходить через ці дві точки.

Графіком рівняння $y = -2x + 7$ також є пряма.

Знайдемо дві пари значень змінних x та y , що задовольняють цьому рівнянню.

x	0	1
y	7	5

Побудуємо на координатній площині xOy пряму l_2 , що проходить через ці дві точки.

Прямі l_1 і l_2 перетинаються в точці A , координати якої — єдиний розв'язок даної системи.

Відповідь: (3;1).

Для розв'язання цих двох прикладів застосовувався **графічний метод розв'язання системи лінійних рівнянь**.

Але цей метод є наближеним, оскільки координати точки перетину за кресленням не завжди легко визначити. Але все-таки графічний метод розв'язання системи лінійних рівнянь дуже важливий, коли необхідно визначити кількість розв'язків.

Зверни увагу!

Застосовуючи його, можна дійти таких висновків, що система з двох лінійних рівнянь з двома змінними x та y (записати те, що пише далі)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

1. Матиме **єдиний розв'язок**, якщо прямі, які є графіками рівнянь, будуть перетинатися в одній точці, а коефіцієнти при змінних не будуть пропорційними:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

2. **Не матиме розв'язків**, якщо прямі будуть паралельні, а коефіцієнти при змінних будуть пропорційними, проте не пропорційні вільним членам:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

3. **Матиме нескінченну кількість розв'язків**, прямі збігаються, а коефіцієнти при всіх змінних будуть пропорційними:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Перегляньте два відео уроки, зверніть увагу на розв'язки вправ.

https://www.youtube.com/watch?v=tRM_W8oBFAI

<https://www.youtube.com/watch?v=efUFkT6A60s>

Д/з П.26, №1008, 1011(1,3),1015, 1022(додатково)